1862

Nouvelles Tables astronomiques pour calculer la place du soliel

Leonhard Euler

XIII.

Nouvelles Tables astronomiques pour calculer la place du soleil.

(Exhib. 1744 Apr. 9.)

---

§. 1. Parmi les Tables astronomiques qui servent à calculer les places des corps célestes, ce sont celles du soleil qui passent pour les plus exactes; tant parce que les observations sont les plus communes, et demandent moins d'appareil que celles des autres astres, que principalement à cause de la régularité du mouvement du soleil qui est moins assujetti à des inégalités que les planètes. Aussi ne peut-on ni observer exactement les lieux des planètes, ni les calculer par des tables astronomiques, sans savoir la place du soleil. De sorte que si les tables solaires sont peu exactes, celles des planètes ne sauraient jamais être d'accord avec le ciel, quand même elles seraient les plus parfaites. La perfection de la théorie du soleil doit donc être le principal objet des astronomes, et jusqu'à ce qu'on n'y soit parvenu, on ne saurait espérer une connaissance exacte du mouvement des planètes.

§. 2. Les astronomes ayant de tous temps reconnu cette nécessité et travaillé à la perfection des tables du soleil, on s'étonnera d'abord que j'entreprends ici une chose qui paraît être achevée depuis longtemps. Mais on n'a qu'à regarder et à comparer ensemble les diverses tables astronomiques dont on se sert aujourd'hui, pour s'assurer du degré d'imperfection qui y règne encore: leur dissension assez considérable donnera suffisamment à connaître qu'on est encore bien éloigné du plus haut degré de perfection qu'on doit souhaiter, quoiqu'on ne puisse pas nier, qu'il ne s'en trouve parmi elles quelques unes qui soient de beaucoup meilleures que les autres, et qui demandent fort peu de changements pour les rendre parfaites.

§. 3. Pour faire voir cette différence qui se trouve entre les tables astronomiques par rapport au soleil, je commencerai par celles de Keppler, nommées rudolfines, parce que celles-ci sont les premières qui aient été construites sur la véritable théorie du mouvement elliptique dont l'illustre Keppler est l'auteur. Les fondements, sur lesquels les tables du soleil sont bâties, se réduisent aux sept points suivants: le premier est la précession des équinoxes; le second, la durée d'une année, ou le mouvement moyen pendant un temps donné; le troisième, la longitude moyenne du soleil à une époque donnée, p. ex. le dernier décembre 1700 vieux style, à midi, sous le méridien de Londres; le quatrième, le lieu de l'apogée du soleil au même temps; le cinquième, le mouvement de l'apogée pendant un temps donné; le sixième, l'excentricité de l'orbite du soleil, ou la plus grande équation; le septième enfin, l'obliquité de l'écliptique.

§ 4. De la table ci-jointe*), on verra d'un coup d'oeil la dissension des plus grands astronomes sur chacun des sept points mentionnés. La précession des équinoxes est supposée la plus petite par Street qui n'a fait reculer l'équinoxe par an que de 48″. M. Cassini la croit plus grande que les autres, savoir de 51″ 25‴ 48⁗ par an. Keppler met 51″ et les Anglais avec Street précisément 50″. Cette différence fort petite et presque imperceptible dans un petit nombre d'années, devient pourtant très considérable pendant un long temps. La première étoile du Bélier dont la longitude au commencement de ce siècle était 29° 0′ 10″, doit avoir eu, du temps d'Hipparque, c'est à dire 150 ans avant J.-C. des longitudes bien différentes, à savoir: selon Street 4° 20′ 10″, selon Flamsteed 3° 18′ 30″, selon de la Hire 2° 55′ 23″, selon les tables rudolphines 2° 47′ 40″ et selon Cassini 2° 22′ 24″. Il y a lieu de s'étonner qu'une différence de 2° ne puisse être décidée par les observations que les anciens astronomes nous ont laissées, d'autant plus que chacun des astronomes nommés se flatte d'avoir Hipparque et Ptolémée de son côté. Il est pourtant incontestable que la précession marquée par Street est trop petite, et il semble que la théorie des réfractions qui lui manquait, y ait beaucoup de part. La dissension des autres ne monte pas à un degré entier, et les observations de temps si reculés sont trop grossières pour décider cette question. Cependant il me semble, que ceux qui donnent à la précession des équinoxes plus de 50″ par an, la supposent trop grande, car, quoique les observations d'Hipparque rapportées par Ptolémée, confirment leur sentiment, pourtant toutes les autres observations anciennes donnent à peine 50″ par an; et il est assez vraisemblable que Flamsteed a deviné la véritable source de cette diversité.

§ 5. Le second article est d'une bien plus grande importance, car c'est de là que dépend la durée d'une année tropique moyenne, si intéressante dans la chronologie et dans la vie commune. Pour faire voir plus clairement les différents sentiments des auteurs à cet égard, j'ai ajouté dans la table les différentes quantités d'un an qui découlent des mouvements moyens. Par là on voit d'abord que les tables de Street nous donnent l'année la plus longue, et celles de La Hire la plus courte, la différence étant de 10″ 48‴ qui, pendant mille ans monte à trois heures, et en 8000 ans à un jour entier. Mais comme les autres tables sont plus récentes et fondées sur des observations plus exactes, il faut croire que Street aura fait l'année trop longue, et de La Hire trop courte. Flamsteed est d'accord avec Keppler, et nous sommes obligés de croire que Cassini, Bre... et Leadbetter ne l'auraient pas fait plus courte qu'eux, s'ils n'avaient pas trouvé de plus fortes

*) Elle manque.

Brent tient justement le milieu entre Cassini et Leadbetter, et peut-être que par cela même il approche le plus de la vérité.

§ 6. Comme le système de l'almanach grégorien et protestant est fondé sur la durée d'une année que l'on a supposée de $365^j\,5^h\,49'\,12''$, et par conséquent trop grande, voyons comment on devrait arranger les années bissextiles pour demeurer d'accord avec le soleil, si l'année de Brent était la véritable; pour cet effet, changeons les $5^h\,48'\,54''\,43'''$ en tierces, et nous aurons $1256083'''$; mais un jour, ou 24 heures, donnent $5184000'''$. De là formons la fraction $\frac{5184000}{1256083}$ dont le dénominateur montre combien d'années bissextiles il faut mettre pendant 5184000 ans. Mais comme ces nombres sont trop grands pour en tirer quelque usage, cherchons des fractions exprimées en plus petits nombres, dont la valeur approche pourtant de la proposée autant qu'il est possible. J'ai donné pour cette sorte de réductions, une méthode très aisée dans un tome des Commentaires de St. Pétersbourg*) qui n'est pas encore imprimé. D'après cette méthode, il faut premièrement faire la même opération que si nous voulions chercher le plus grand commun diviseur des deux nombres qui composent la fraction: de cette sorte

```
1256083|5184000|4
        |5024332|
         159668|1256083|7
                |1117676|
                  138407|159668|1
                         |138407|
                           21261|138407|6
                                 |127566|
                                   10841|21261|1
                                         |10841|
                                          10420|10841|1
                                                |10420|
                                                   421|10420|24
                                                       |842
                                                        2000
                                                        1684
                                                         316|421|1
                                                            |316|
                                                             105|316|3
                                                                 |315|
                                                                    1
```

De toutes ces opérations je ne prends que les quotiens, et les ayant rangés de suite, j'en forme les fractions suivantes:

$$4,\quad 7,\quad 1,\quad 6,\quad 1,\quad 1,\quad 24,$$

$$\frac{1}{0},\quad \frac{4}{1},\quad \frac{29}{7},\quad \frac{33}{8},\quad \frac{227}{55},\quad \frac{260}{63},\quad \frac{487}{118}.$$

Ces fractions sont formées ainsi qu'il suit: je multiplie chaque numérateur par le nombre superposé; le produit, plus le numérateur précédent, donne le numérateur suivant; et de la même façon on trouve les dénominateurs. Toutes ces fractions approchent si fort de la proposée qu'il est impos-

*) Comment. IX. p. 98.

sible d'en trouver aucune qui, exprimée en plus petits nombres, en soit plus approchante. En il faut remarquer que ces fractions approchent d'autant plus, qu'elles sont plus éloignées du commencement. Ainsi, la seconde marque qu'il faut toujours en 4 ans faire une année bissextile, ce que donne le calendrier julien. La dernière fraction qui est très exacte, montre qu'il faudrait, pendant l'espace de 487 ans, établir 118 années bissextiles. Mais parce qu'on est accoutumé de se conformer aux nombres quaternaires et qui soient divisibles par 100, mettons à la place du dernier exposant 20, et la fraction suivante, encore plus approchante de la vérité sera $\frac{10000}{2423}$, qui marque que dans l'espace de 100 siècles, on ne doit établir que 2423 années bissextiles, et partant qu'on doit, dans l'almanach julien, changer 77 ans bissextiles en communs, au lieu que l'almanach grégorien n'en change que 75 ans.

§ 7. Ce en quoi les tables diffèrent sur le troisième article, est peu considérable, et cela vient de la différence qui se trouve dans le lieu de l'apogée, de sorte que, si les tables étaient d'accord sur la place de l'apogée, elle ne manqueraient point de l'être aussi sur la longitude moyenne d'une époque donnée, comme de 1700. Mais les sentiments sont bien différents sur le lieu de l'apogée, et il se trouve presque un degré entier de différence entre les tables de Street et celles de la Hire; les autres ne diffèrent à peine que d'un demi-degré entre elles. Cette différence sur un point de l'écliptique qu'on ne voit point, et qu'on ne trouve que par un long calcul des observations, est peu considérable. Car une petite faute tant dans le calcul, que dans les observations produit une grande différence dans la détermination de l'apogée, et on ne saurait être sûr par rapport à cet article, à moins qu'on n'aît des observations beaucoup plus exactes que celles qu'on a pu faire jusqu'ici. Aussi, une petite faute dans le lieu de l'apogée n'importe guère dans la détermination de la place du soleil, pourvu que l'équation du centre ne s'écarte pas trop de la vérité.

§ 8. Le mouvement de l'apogée est la chose la plus incertaine dans l'astronomie, et il y a plus de sujet de s'étonner que les astronomes aient osé décider là-dessus, qu'il n'y en a d'être surpris de leurs dissensions. Nous avons déjà vu que, malgré la dernière exactitude avec laquelle on fait à présent les observations, on peut pourtant se tromper d'un demi-degré dans la place de l'apogée, d'où il sera aisé de conclure à quelle précision on se peut assurer du lieu de l'apogée par les observations anciennes. Mais pour s'apercevoir du mouvement de l'apogée, il faut comparer ensemble deux places que l'apogée a tenues à des temps distants de plusieurs siècles. Or je crois que je n'avance rien de trop, quand je dis qu'on ne peut pas conclure, des observations faites avant dix siècles, la place de l'apogée à trois degrés près, et partant on ne peut pas savoir son mouvement pendant 100 ans à 18′ ou 20′ près. C'est pourquoi, bien qu'on sache que l'apogée s'éloigne de plus en plus de l'équinoxe, on n'a pourtant aucune raison de soutenir qu'il avance pendant un siècle de 1° 45′ plutôt que de 1° 25′. Les observations ne décidant donc rien sur cet article, il conviendra de s'en tenir à la théorie qui ne nous découvre aucune cause capable de faire changer l'apogée par rapport aux étoiles fixes: il sera le plus raisonnable de ne donner à l'apogée d'autre mouvement que celui des étoiles fixes, comme Street et Flamsteed ont soutenu. Par conséquent, ayant vu que la précession des équinoxes ne peut être supposée plus grande que de 1° 23′ 20″ pendant un siècle, je donnerai le même mouvement à l'apogée, qui tenant le milieu entre le mou-

le plus vite de Leadbetter et le plus lent de Wurzelbaur, ne peut pas différer sen-
t de la vérité.

). L'équation du centre du soleil, qui dépend de l'excentricité de l'orbite de la terre, est ement trop grande dans les tables rudolphines, comme Flamsteed et d'autres ont fait voir irement. Les plus nouvelles tables ne diffèrent pas beaucoup entre elles sur cet article, à on de celles de Louville qui la donnent sans contredit trop petite, et le sentiment de lbaur, qui soutient que la plus grande équation croît tous les siècles d'une minute, est nué de fondement qu'il est contraire aux observations. Car, à en croire les Anciens, nous plutôt soutenir que l'équation va en diminuant. Or, pour déterminer la plus grande équa- on seulement on a besoin d'observations bien plus exactes que celles que l'antiquité nous fournir, mais il faut aussi avoir égard à une certaine circonstance, à laquelle personne n'a ait attention, et que j'expliquerai plus amplement dans la suite. L'omission de cette circon- fait qu'on ne peut pas être sûr à une demi-minute près, quand même les observations les plus exactes.

10. Quant à l'obliquité de l'écliptique, il n'y a presque aucun doute qu'elle ne soit de 0″. Kepler et Street l'ont supposée de 23° 30′, mais n'ayant point assez connu les ns, on ne pouvait pas attendre d'eux une plus grande précision. M. Cassini la fait encore ite de 18″, se fondant sur son hypothèse que l'obliquité diminue chaque siècle d'une minute, ne me paraît pas encore assez démontré; car quoique les Anciens l'aient cru bien plus il ne faut pas tant regarder aux conclusions qu'ils ont tirées de leurs observations, qu'aux ions mêmes. Et Flamsteed a fait voir très évidemment que l'obliquité de l'écliptique ne pas plus grande des observations de Tycho Brahe que de ses propres observations, et il e le même accord par des observations plus anciennes, de sorte qu'on peut être assuré que, lus de trois siècles, l'obliquité de l'écliptique a toujours été la même, de 23° 29′ et peut- core de quelque peu de secondes. Savoir, si elle n'a pas été plus grande du temps de ée, ou à une époque plus reculée encore, c'est une question très difficile à décider, les ions de ces temps-là n'ayant pas à beaucoup près l'exactitude qu'une telle discussion de- et parce que les Anciens ne savaient rien des réfractions qu'il faut retrancher des hauteurs s. Non seulement leurs hauteurs du soleil étaient trop grandes, d'où s'ensuivait une fausse de l'écliptique, mais ils augmentaient encore de trop leurs hauteurs, à cause de la paral- ils croyaient presque vingt fois plus grande qu'elle n'est en effet. Toutes ces réflexions nfirment que nous ne devons point hésiter de supposer constamment l'obliquité de l'éclip- 23° 29′ 0″.

1. Toutes ces dissensions ne viennent que de l'inexactitude des observations sur lesquelles des astronomes a fondé ses tables, et on peut presque soutenir, que ces astronomes-là seuls ni les meilleures tables, qui ont été en état de faire les plus exactes observations. Car tous, naissent la même théorie du mouvement des planètes que Kepler a découverte et que a mise dans tout son jour. Ils se servent cependant de méthodes différentes pour déter- place de l'apogée et l'excentricité de l'orbite de la terre, mais cela vient de la grande

difficulté de résoudre ce problème, et les méthodes différentes ne sont que des approximations ou moins heureuses, ce qui est la cause de la diversité des conclusions, déduites des obs... Pour résoudre ce même problème, je n'emploierai aucune approximation, ayant trouvé une ... par le moyen de laquelle on peut, avec toute la rigueur géométrique, déterminer la pos... l'espèce de l'ellipse dans laquelle la terre ou une autre planète se meut autour du soleil, ... cela je n'ai besoin que de trois observations. J'ai expliqué cette méthode tout au long ... VII tome des Commentaires de l'Académie de St.-Pétersbourg, d'où je ne traduirai ici que ... précis de la règle, après que j'aurai fait une remarque qui sera d'une importance d'autant ... grande, qu'on approchera de la parfaite connaissance du mouvement et de l'orbite de la terre.

§ 12. L'hypothèse de la gravitation universelle satisfait si exactement à tous les mouvements célestes, et principalement à celui de la lune, qu'on ne peut plus douter que la terre ne soit ... bien attirée vers la lune que la lune l'est vers la terre. De cette réaction, l'effet de la pesanteur vers le soleil sera un peu altéré, et comme on peut à peu près regarder la terre et la lune con... jointement comme un seul corps par rapport au soleil, ce ne sera plus le centre de la terre qui décrit autour du soleil une ellipse, mais ce sera à peu près le centre de gravité commun de la terre et de la lune. Par conséquent, les tables astronomiques, qui sont construites sur la ... du mouvement dans une ellipse, ne sauraient pas marquer le mouvement du centre de la terre, mais plutôt celui du centre de gravité commun de la terre et de la lune; et les tables solaires seront d'autant plus parfaites qu'elles seront plus d'accord avec le vrai mouvement du centre de gravité commun de la terre et de la lune.

§ 13. Pour déterminer ce centre de gravité, il faut savoir le rapport qui existe entre la masse de la terre et celle de la lune. Par les observations astronomiques on a bien trouvé que le diamètre de la terre surpasse celui de la lune de plus de trois fois et demie, mais ne sachant point si la matière qui compose la lune est de la même densité que celle de la terre, on n'en saurait rien conclure. Newton s'est servi des phénomènes du flux et du reflux de la mer pour décider cette question, et il a fait voir que la quantité de la matière de la terre est à celle de la lune comme 39 est à 1. (Fig. 197). Soit donc T le centre de la terre, L celui de la lune, et le centre de gravité commun se trouvera dans la droite TL. Supposons qu'il soit en G, et les règles de statique nous donneront cette proportion: comme TG est à LG, ainsi la masse de la lune est à la masse de la terre, ou bien $TG:LG = 1:39$ et partant $TG:TL = 1:40$. Mais la distance moyenne de la lune à la terre contient 60 demi-diamètres de la terre; donc posant le demi-diamètre de la terre $= 1$, nous aurons $TL = 60$, et partant $TG = 1\frac{1}{2}$, ou l'intervalle qui se trouve entre le centre de la terre T et le centre de gravité G sera égal aux trois quarts du diamètre de la terre.

§ 14. (Fig. 198). Ce sera donc ce centre de gravité G, et non le centre de la terre T, qui décrit autour du soleil une ellipse selon les règles découvertes par Kepler et démontrées par Newton. C'est pourquoi, pour connaître la différence entre ces deux points, il faut avoir égard aux différentes phases de la lune. Commençons par la nouvelle lune, et il est clair qu'alors le centre de la terre T est plus éloigné du soleil que le centre de gravité G, de l'intervalle GT ...

demi-diamètres de la terre. Mais le lieu du soleil sera le même, soit que le spectateur se trouve en T ou en G. Et partant, aux nouvelles lunes, les tables solaires, qui montrent le mouvement du centre de gravité G, nous donneront le vrai lieu du soleil; mais la distance au soleil GS sera marquée trop petite de l'espace $GT = 1\frac{1}{2}$. Pour avoir donc la distance véritable du centre de la terre au soleil, il faut ajouter à la distance trouvée dans les tables l'intervalle $GT = 1\frac{1}{2}$. On suppose communément dans les tables la distance moyenne de 100000 parties, et prenant 10 secondes pour la parallaxe horizontale du soleil, ces 100000 parties égaleront 20626 demi-diamètres de la terre. Disons donc comme 20626 sont à 100000, ainsi $1\frac{1}{2}$ sera à la partie GT qu'il faut ajouter à la distance SG exprimée par 100000, et l'on trouvera $GT = 7{,}2722$ de ces parties dont la distance moyenne contient 100000. Et quoique la distance GS soit quelquefois plus grande ou plus petite que 100000, cependant la différence est si minime, qu'on peut toujours se servir de cette quantité $GT = 7{,}2722$. Et comme les logarithmes des grands nombres qui diffèrent si peu entre eux, ont leurs différences proportionnelles à celles des nombres mêmes, il faudra ajouter au logarithme de la distance SG, trouvé dans les tables et exprimé en six figures décimales, le nombre 31, pour avoir le logarithme de la distance TS.

§ 15. (Fig. 199). Le contraire arrive aux pleines lunes, car alors le centre de la terre T est plus proche du soleil que le centre de gravité G, et partant, dans ce cas, il faut diminuer la distance SG donnée par les tables, de l'intervalle $GT = 7{,}2722$, ou, ce qui revient au même, il faut soustraire du logarithme de la distance SG trouvé dans les tables, le nombre 31, supposé que ces logarithmes soient exprimés en six figures décimales; de sorte que le logarithme de la distance moyenne soit 5,000000. A l'égard de la place du soleil dans l'écliptique, elle sera la même, soit qu'on suppose l'observateur en T ou en G, de sorte que dans les pleines lunes aussi bien que dans les nouvelles lunes, le lieu du soleil n'aura besoin d'aucune correction.

§ 16. (Fig. 200). Dans toutes les autres phases de la lune le lieu du soleil sera différent, vu du centre de la terre T et du centre de gravité G, et alors le lieu du soleil trouvé dans les tables doit être corrigé. Supposons que la lune se trouve au premier quartier L, ou qu'ôtant le lieu du soleil de celui de la lune, le reste soit 3 signes ou 90°, et l'on verra que le centre de la terre T sera plus avancé dans l'écliptique Gg que le centre de gravité G, et partant il faudra ajouter quelque chose à la longitude du soleil trouvée dans les tables, et parce que le demi-diametre de la terre soutend dans son orbite un arc de 10″, l'intervalle GT comportera 15″, et par conséquent il faudra ajouter 15″ à la place du soleil trouvée dans les tables, pour avoir le vrai lieu du soleil vu du centre de la terre. De là il est clair aussi qu'au dernier quartier, (Fig. 201) il faut ôter 15″ du lieu du soleil trouvé; et dans ces deux cas, la distance du soleil à la terre n'aura besoin d'aucune correction, parce que les deux centres G et T sont également éloignés du soleil.

§ 17. (Fig. 202). Voyons maintenant, quelles corrections il faudra employer en toute autre place de la lune. Soit la lune en L, éloignée du soleil de l'angle LGS, et le centre de gravité G étant dans la circonférence de l'ellipse Gg; le centre de la terre T sera hors de l'ellipse. Il sera donc plus éloigné du soleil que le point G, et partant, à la distance SG que marquent les tables, il faudra ajouter l'intervalle Ty qui sera à TG comme le cosinus de l'angle LGS est au sinus total;

c'est pourquoi on doit ajouter au logarithme de la distance trouvée dans les tables la quantité $\frac{\cos LGS}{\sin tot.}\cdot 31$. Ensuite, la longitude de la terre TS sera aussi plus grande que celle du centre de gravité GS, la différence étant $= GSg$, ou à l'arc Gg qui, s'il était égal à l'intervalle TG, serait $15''$, et par conséquent, la correction qu'on doit ajouter, dans ce cas, au lieu du soleil trouvé dans les tables est $= \frac{\sin LGS}{\sin tot.}\cdot 15''$. De là nous obtiendrons deux tables pour corriger la place du soleil trouvée dans les tables solaires, dont l'une servira à corriger le lieu du soleil, et l'autre à corriger le logarithme de la distance de la terre au soleil.

§ 18. Pour se servir donc de ces tables, il faut savoir pour chaque temps proposé le lieu de la lune, ce qui demanderait bien du calcul, si on le voulait avoir exactement. Mais comme ces corrections sont fort petites, et qu'il suffit de savoir la place de la lune à 5 degrés près, on pourra se contenter de la longitude moyenne, l'erreur qui en peut résulter ne montant qu'à une seconde. A plus forte raison suffira-t-il aussi d'employer la longitude moyenne du soleil et de la soustraire de la longitude moyenne de la lune pour se servir de cette différence*) dans les tables. Pour cet effet, je joindrai à la table des mouvements moyens du soleil une table de la distance moyenne entre la lune et le soleil, pour m'en servir d'abord**) dans ces tables. Au reste, ces corrections sont si petites, que dans le calcul ordinaire, on pourrait bien s'en passer, parce qu'on ne regarde presque pas à une faute de $15''$, tant dans les observations que dans le calcul. Mais comme que par là les erreurs des tables ordinaires s'augmentent et peuvent devenir sensibles, on doit convenir que, plus on arrive à une grande exactitude, et moins on pourra négliger ces corrections. Et comme tous les Astronomes aspirent à de parfaites tables solaires, ils ne pourront être satisfaits que par le moyen de ces corrections. Ce sera donc sur ce fondement que j'établirai les tables suivantes que je vais proposer, et quoiqu'elles ne puissent guère être de la dernière exactitude, par faute des observations qui me serviront de base, pourtant elles pourront servir de modèle, où il sera aisé d'y mettre la dernière main, quand on sera en état de faire des observations sans faute.

§ 19. Cette réflexion sur le mouvement du centre de gravité de la terre et de la lune nous conduit à une autre irrégularité dans le mouvement de la terre, dont personne ne s'est encore aperçu et qui paraîtra extrêmement paradoxe. Elle consiste en ce que le centre de la terre ne demeure pas toujours dans le plan de l'écliptique, de sorte que selon la dernière précision on devrait aussi accorder quelque latitude au soleil. Car, comme c'est le centre de gravité commun de la terre et de la lune, qui se meut dans le plan de l'écliptique autour du soleil, le centre de la terre ne sera dans le même plan que quand la lune sera sans aucune latitude. Mais la plus grande latitude de la lune étant de 5^0, la lune pourra s'écarter du plan de l'écliptique de 5 demi-diamètres de la terre, et par conséquent, le centre de la terre s'en écartera 40 fois moins, ce qui équivaudra à une huitième partie de son rayon, et ne produira dans la terre qu'une latitude de $1'' 15'''$. Donc puisque la terre pourrait être vue du soleil avec une latitude de $1'' 15'''$, le soleil aura réciproquement la même latitude. Mais il n'y a pas à espérer qu'on puisse jamais s'apercevoir de cette petite irrégularité.

*) Rédaction primitive d'Euler: *pour entrer avec la difference etc.*

**) Rédaction primitive: *pour entrer avec elle d'abord etc.*

§ 20. Ayant fait ces remarques, je retourne à mon dessein par rapport aux tables solaires qui sont parfaites, si elles nous donnent le vrai lieu du centre du soleil tel qu'il doit paraître du point de gravité commun de la terre et de la lune, avec la vraie distance de ce centre de gravité au soleil. Si nous avions déjà de telles tables, alors il n'y faudrait ajouter que les deux tables de corrections que je viens de donner, pour trouver le vrai lieu du soleil vu du centre de la terre, comme les Astronomes le demandent. Pour parvenir à ce but, il faut, avant toutes choses, chercher des observations du soleil qui soient les plus exactes possible. Or, parce qu'on conclut la longitude du soleil de sa déclinaison qu'on trouve par la hauteur méridienne, il est clair que, plus les observations seront faites à proximité des équinoxes, plus on sera sûr de la longitude. Mais on pourra se tromper considérablement dans ces observations, si elles sont faites vers les solstices, parce qu'alors une petite erreur dans la déclinaison, en cause une très considérable dans la longitude. Les observations faites aux mois de mars, avril, août et septembre seront donc les plus propres à mon dessein; car aux mois de février et d'octobre, le soleil est encore trop bas à midi, pour ne pas se tromper dans la réfraction.

§ 21. Les bonnes observations sont extrêmement rares, et on en trouve à peine sur lesquelles on puisse se fier, surtout quand il s'agit de corriger les tables; car on doit premièrement observer la hauteur méridienne du soleil à quelques secondes près, ce qui est déjà une chose extrêmement délicate. Ensuite, ayant trouvé la hauteur, il faut y ajouter la parallaxe et en retrancher la réfraction, sur la valeur de laquelle les Astronomes ne sont pas encore tout-à-fait d'accord: les Anglais diffèrent des Français d'environ $15''$ pour les hauteurs de 30° à 40°. De la hauteur méridienne, ainsi corrigée par rapport à la parallaxe et à la réfraction, il faut soustraire la hauteur de l'équateur ou le complément de l'élévation du pôle, pour avoir la déclinaison du soleil; mais il y a peu d'endroits, où l'on soit sûr de l'élévation du pôle à une minute près. Enfin, il faut savoir l'obliquité de l'écliptique pour déterminer la longitude du soleil par sa déclinaison. De là il est clair, que si l'on se trompe dans la hauteur observée, dans la réfraction, dans la hauteur du pôle, et enfin dans l'obliquité de l'écliptique, seulement de quelque secondes dans chacun de ces éléments, il doit en résulter une erreur assez considérable dans la longitude du soleil.

§ 22. Ayant bien considéré toutes ces difficultés, il m'a paru presque impossible de trouver des observations assez exactes pour entreprendre la détermination de l'orbite de la terre. Cependant, ayant rencontré quelques observations de cette espèce dans l'Uranoscopie de Leadbetter, observations dont cet auteur assure qu'elles avaient été faites avec un instrument qui égalait un quart-de-cercle de 270 pieds de rayon, j'ai cru que je pourrais avec avantage me servir de ces observations pour mon dessein. Il donne ces observations déjà corrigées tant par rapport à la parallaxe que par rapport à la réfraction. Il suppose l'élévation de l'équateur de $38^\circ\ 28'$ et l'obliquité de l'écliptique de $23^\circ\ 29'$, et il en tire le lieu du soleil; mais dans ce calcul il se trompe, de sorte que je me vois obligé de déterminer les longitudes par le calcul suivant.

	A. 1727 Mars 9	A. 1726 Avril 29	A. 1726 Juillet 13	A. 1726 Sept. 8
Hauteur du soleil	38° 12′ 56″	56° 6′ 16″	58° 24′ 34″	39° 59 [illegible]
Elévation de l'écliptique	38 28 0	38 28 0	38 28 0	38 28 [illegible]
Déclinaison du soleil	0 15 4	17 37 16	19 56 34	1 [illegible]
Lieu du soleil	$11^s 29^0 22' 12''$	$1^s 19^0 26' 11''$	$4^s 1^0 8' 6''$	$5^s 26^0 9$ [illegible]

M. Leadbetter trouve pour le juillet 1′ de moins, et pour le septembre 1′ de plus, ce [illegible] une faute d'autant plus considérable, qu'il emploie lui-même ces observations pour déterminer [illegible] de l'apogée du soleil et l'excentricité de l'orbite.

§ 23. Ces observations étant faites au midi vrai, il faut les réduire au temps moyen [illegible] correction du temps. Les jours se rapportent au vieux style de l'almanach julien qui est [illegible] convenable aux calculs astronomiques, et ces observations sont faites à Londres. Ayant fait [illegible] correction du temps, nous aurons les observations suivantes:

	Longit. du ☉, vu du centre de la terre
A. 1726 Avril 29, $0^h - 4'$	$1^s\ 19^0\ 26'\ 11''$
1726 Juillet 13, 0 + 6	4 1 8 6
1726 Sept. 8, 0 — 6	5 26 9 12
1727 Mars 9, 0 + 8	11 29 22 12

Quand même ces observations seraient les plus exactes possible, les tables ne doivent pas les mon[illegible]trer, parce que ce sont les lieux du soleil vus du centre de la terre; mais les tables doivent mon[illegible]trer ceux qu'on verrait du centre de gravité commun de la terre et de la lune. Pour avoir [illegible] les places du soleil que les tables doivent marquer pour ces temps proposés, il faut les réduire [illegible] centre de gravité par le moyen de la table I, en se servant des opérations contraires à celles [illegible] sont ordonnées. Pour cet effet, j'ai calculé le mouvement moyen de la lune de celui du soleil [illegible] je l'ai trouvé ainsi qu'il suit:

Observation	Distance entre la lune et le soleil	Correction
I	$3^s\ 18^0\ 59'\ 29''$	ôtez 14″
II	10 3 22 55	ajoutez 12
III	9 8 9 11	ajoutez 15
IV	11 6 59 16	ajoutez 5

Et partant les places du soleil vu du centre de gravité commun de la terre et de la lune, seront [illegible]

Temps moyen à Londres	Lieux du soleil vu du centre de gravité
A. 1726 Avril 29, $0^h - 4'$	$1^s\ 19^0\ 25'\ 57''$
1726 Juillet 13, 0 + 6	4 1 8 18
1726 Sept. 8, 0 — 6	5 26 9 27
1727 Mars 9, 0 + 8	11 29 22 17

§ 24. Pour déterminer l'orbite du soleil, c'est à dire son excentricité, le lieu de l'apogée et l'anomalie moyenne pour un temps donné, trois observations sont suffisantes, et partant, de ces quatre observations, j'omettrai la seconde faite au mois de juillet. La règle que j'ai donnée pour cet effet dans le tome VII des Commentaires de St.-Pétersbourg, revient à celle-ci: Soit

x	l'anomalie	moyenne	au temps	de la	I	observation
$x+m$	«	«	«	«	II	«
$x+n$	«	«	«	«	III	«

et puisque les intervalles du temps entre les observations sont donnés, on connaîtra les différences m et n par les tables du mouvement moyen du soleil de l'apogée. Ensuite soit

z	l'anomalie	vraie	au temps	de la	I	observation
$z+f$	«	«	«	«	II	«
$z+g$	«	«	«	«	III	«

Les différences f et g seront déterminées par les différences entre les places du soleil, après en avoir retranché la précession des équinoxes. Enfin soit

P	l'anomalie	excentrique	au temps	de la	I	observation
Q	«	«	«	«	II	«
R	«	«	«	«	III	«

et soit $\nu : 1$ comme l'excentricité de l'orbite à la distance moyenne, ou comme la distance des foyers au grand axe.

§ 25. Ayant trouvé les valeurs m, n, f et g, soit $\frac{m-f}{n-g}=\alpha$, et l'on trouvera la valeur de P à peu près

$$\operatorname{tang} P=\frac{\sin\frac{m+f}{2}-\alpha\sin\frac{n+g}{2}}{\sin.\mathrm{v}.\frac{m+f}{2}-\alpha\sin.\mathrm{v}.\frac{n+g}{2}}$$

et ensuite

$$\nu=\frac{m-f}{4\sin\frac{m+f}{4}\cos\left(P+\frac{m+f}{4}\right)},$$

d'où l'on aura aussi à peu près

$$Q=P+\frac{f+m}{2}\qquad\text{et}\qquad R=P+\frac{g+n}{2}.$$

Pour trouver les valeurs véritables, soit

$$M=\frac{f+m}{2}-\frac{\nu^2}{8}\sin 2Q+\frac{\nu^2}{8}\sin 2P,\qquad N=\frac{g+n}{2}-\frac{\nu^2}{8}\sin 2R+\frac{\nu^2}{8}\sin 2P$$

et mettant à présent $\frac{m-M}{n-N}=\alpha$, on aura

$$\operatorname{tang} P=\frac{\sin M-\alpha\sin N}{\sin.\mathrm{v}.M-\alpha\sin.\mathrm{v}.N}$$

et après $Q = P + M$ et $R = P + N$. Outre cela, on aura

$$v = \frac{m - M}{2 \sin \frac{1}{2} M . \cos (P + \frac{1}{2} M)},$$

et enfin

$$x = P + v \sin P, \quad z = P - v \sin P + \frac{v^2}{4} \sin 2P,$$

d'où l'on connaîtra aisément l'orbite et l'inégalité du mouvement du soleil.

§ 26. Appliquons ces opérations aux trois observations tirées du livre de Leadbetter, qui sont

A. 1726 Avril 29, $0^h - 4'$	$1^s\ 19^0\ 25'\ 57''$
1726 Sept. 8, $0 - 6$	5 26 9 27
1727 Mars 9, $0 + 8$	11 29 22 17

de là nous aurons, par la différence des temps et par la différence des lieux du soleil, en retranchant la précession des équinoxes:

$$m = 4^s\ 10^0\ 5'\ 56''$$
$$n = 10\ \ 9\ \ 29\ \ 22$$
$$f = 4\ \ 6\ \ 43\ \ 12$$
$$g = 10\ \ 9\ \ 55\ \ 36$$

$$m - f = 0\ \ 3\ \ 22\ \ 44$$
$$-(n - g) = 0\ \ 0\ \ 26\ \ 14$$

$$\frac{m - f}{2} = 1\ \ 41\ \ 22 = 6082''$$
$$\frac{n - g}{2} = -13\ \ 7 = -787''$$

$$\frac{m + f}{2} = 4^s\ 8^0 24' 34''$$
$$\frac{n + g}{2} = 10\ \ 9\ \ 42\ \ 29$$

$$l \frac{m - f}{2} = 3{,}7840464$$
$$l . - \frac{(n - g)}{2} = 2{,}8959748$$

$$l . - \alpha = 0{,}8880716$$

$$\sin \frac{m + f}{2} = \sin 51^0 35' 26''$$
$$\sin . \mathrm{v} . \frac{m + f}{2} = 1 + \cos 51^0 35' 26''$$
$$\sin \frac{n + g}{2} = - \sin 50\ \ 17\ \ 31$$
$$\sin . \mathrm{v} . \frac{n + g}{2} = \sin . \mathrm{v} . 50\ \ 17\ \ 31$$

$$l . - \sin \frac{n + g}{2} = 9{,}8861012$$
$$l . - \alpha = 0{,}8880716$$

$$l . \alpha \sin \frac{n + g}{2} = 0{,}7741728$$
$$- \alpha \sin \frac{n + g}{2} = - 5{,}945285$$
$$\sin \frac{m + f}{2} = 0{,}783591$$

$$\text{le numérateur} = - 5{,}161694$$
$$l . \sin \mathrm{v} \cdot \frac{n + g}{2} = 9{,}5576563$$
$$l . \alpha = 0{,}8880716$$

$$l . - \alpha \sin . \mathrm{v} \cdot \frac{n + g}{2} = 0{,}4457279$$
$$- \alpha \sin . \mathrm{v} \cdot \frac{n + g}{2} = 2{,}790796$$
$$\sin . \mathrm{v} \cdot \frac{m + f}{2} = 1{,}621277$$

$$\text{le dénominateur} = 4{,}412073$$

$$\text{donc } \log P = - 1{,}169902$$

$$\text{Par conséquent } - P = 49^0 28' 37$$

$$\text{ou } P = 10^s\ 10\ \ 31\ \ 23$$

$$\frac{f + m}{2} = 4\ \ 8\ \ 24\ \ 34$$

$$Q = 2^s\,18^0\,55'\,57''$$
$$\frac{g+n}{2} = 10 \quad 9 \quad 42 \quad 29$$
$$R = 8 \quad 20 \quad 13 \quad 52$$
$$\frac{m+f}{4} = 64 \quad 12 \quad 17$$
$$P + \frac{m+f}{4} = 14 \quad 43 \quad 40$$
$$l \sin \frac{m+f}{4} = 9{,}9544136$$
$$l \cos\left(P + \frac{m+f}{4}\right) = 9{,}9854914$$
$$l2 = 0{,}3010300$$
$$10{,}2409350$$

Pour réduire ce sinus en sec.

ôtez $4{,}6855749$

$$5{,}5553601$$
$$l\frac{m-f}{2} = 3{,}7840464$$

on aura $l\rho = 8{,}2286863$

d'où $l\rho^2 = 6{,}4573726$

$$l8 = 0{,}9030900$$
$$l\frac{\rho^2}{8} = 5{,}5542826$$

Pour la réduction des sinus en secondes, otez $4{,}6855749$

$$0{,}8687077$$
$$2P = 8^s\,21^0\;\;2'\,46''$$
$$\sin 2P = -\sin 81 \quad 2 \quad 46$$
$$2Q = 5^s\;7^0\,51'\,54''$$
$$\sin 2Q = \sin 22 \quad 8 \quad 6$$
$$2R = 5^s\,10^0 27'\,44''$$
$$\sin 2R = \sin 19 \quad 32 \quad 16$$
$$\frac{\rho^2}{8}\sin 2P = -7''{,}30$$
$$\frac{\rho^2}{8}\sin 2Q = +2{,}78$$
$$\frac{\rho^2}{8}\sin 2R = +2{,}47$$

donc $M = 4^s\;8^0 24'\,24''$

et $N = 10 \quad 9 \quad 42 \quad 19$

et partant $m - M = +1 \quad 41 \quad 32 = 6092''$

$$n - N = -0 \quad 12 \quad 57 = -777$$
$$l(m-M) = 3{,}7847599$$
$$l.-(n-N) = 2{,}8904210$$
$$l.-\alpha = 0{,}8943389$$
$$\sin M = \sin 51^0\,35'\,36''$$
$$\sin \text{v}.\,M = 1 + \cos 51 \quad 35 \quad 36$$
$$\sin N = -\sin 50 \quad 17 \quad 41$$
$$\sin \text{v}.\,N = \sin.\text{v}.\,50 \quad 17 \quad 41$$
$$l.-\sin N = 9{,}8861187$$
$$l.-\alpha = 0{,}8943389$$
$$l\alpha \sin N = 0{,}7804576$$
$$-\alpha \sin N = 6{,}031950$$
$$\sin M = 0{,}783621$$

le numérateur $= -5{,}248329$

$$l \sin \text{v}.\,N = 9{,}5577011$$
$$l.-\alpha = 0{,}8943389$$
$$l.-\alpha \sin \text{v}.\,N = 0{,}4520400$$
$$-\alpha \sin \text{v}.\,N = 2{,}831653$$
$$\sin \text{v}.\,M = 1{,}621239$$

le dénominateur $= 4{,}452892$

donc $-\tang P = 1{,}17863$

et $-P = 49^0\,41'\,15''$

ou $P = 10^s\,10 \quad 18 \quad 45$

$$\tfrac{1}{2}M = 64 \quad 12 \quad 12$$
$$P + \tfrac{1}{2}M = 14 \quad 30 \quad 57$$

*

$$l \sin \tfrac{1}{2} M = 9{,}9544085$$
$$l \cos (P + \tfrac{1}{2} M) = 9{,}9859105$$
$$l 2 = 0{,}3010300$$
$$10{,}2413490$$
ôtez $4{,}6855749$
$$5{,}5557741$$
$$l (m - M) = 3{,}7847599$$
$$l \varrho = 8{,}2289858$$
et $\varrho = 0{,}0169428$

Pour convertir les sinus en secondes, de $l \varrho = 8{,}2289858$

retranchez $4{,}6855749$
$$l \varrho = 3{,}5434109$$
$$\sin P = - \sin 49^0 41' 15''$$
$$l. - \sin P = 9{,}8822553$$
$$l \varrho = 3{,}5434109$$
$$l. - \varrho \sin P = 3{,}4256662$$
et partant $\varrho \sin P = - 44' 24''{,}8 = - 2664''{,}8$
$$l \varrho^2 = 6{,}4579716$$
$$l 4 = 0{,}6020600$$
$$l \frac{\varrho^2}{4} = 5{,}8559116$$
ôtez $4{,}6855749$

reste $1{,}1703367$
$$\sin 2P = - \sin 80^0 37' \text{[illegible]}$$
$$l. - \sin 2P = 9{,}9941602$$
$$l \frac{\varrho^2}{4} = 1{,}1703367$$
$$1{,}1644969$$
$$- \frac{\varrho^2}{4} \sin 2P = 14''{,}6$$
Or $P = 10^s\, 10^0\, 18'\, 45''$
$$+ \varrho \sin P = \quad - 44' 25$$

Par conséquent l'anomalie moyenne $x = 10 \quad 9 \quad 34 \quad 20$
$$- \varrho \sin P + \frac{\varrho^2}{4} \sin 2P = \quad + 44 \quad 10$$
et l'anomalie vraie $z = 10 \quad 11 \quad 2 \quad 55$

et l'équation $= \quad 1 \quad 28 \quad 35$

La longitude vraie du soleil au moment de la I observat. $\quad 1 \quad 19 \quad 25 \quad 57$

la longitude moyenne $\quad 1 \quad 17 \quad 57 \quad 22$

ôtez l'anomalie moyenne $x = 10 \quad 9 \quad 34 \quad 20$

restera la longitude de l'apogée $= 3 \quad 8 \quad 23 \quad 2$

et la plus grande équation $= \quad 1 \quad 56 \quad 29$

§ 27. Ayant trouvé ces déterminations pour le temps de la première observation, nous en pourrons déduire les mêmes observations pour tout autre temps donné, par exemple pour le midi du dernier décembre 1700.

	Longitude moyenne du soleil				Anomalia moyenne du soleil				Lieu de l'apogée du soleil			
A. 1726 Avril 29 — 4′	1^s	17^0	$57'$	$22''$	10^s	9^0	$34'$	$20''$	3^s	8^0	$23'$	$2''$
ajoutez 4′				10				10				
A. 1726 Avril 29 midi	1	17	57	32	10	9	34	30	3	8	23	2
ôtez 29 jours	0	28	35	2	0	28	34	58				4
A. 1726 Avril	0	19	22	30	9	10	59	32	3	8	22	58
ôtez l'Avril	2	28	42	29	2	28	42	17				12
A. 1726 commencement	9	20	40	1	6	12	17	15	3	8	22	46
ôtez 5 ans	11	29	47	30	11	29	43	20			4	10
A. 1721 commencement	9	20	52	31	6	12	33	55	3	8	18	36
ôtez 20 ans	0	0	9	6	11	29	52	26			16	40
A. 1701 commencement	9	20	43	25	6	12	41	29	3	8	1	56

§ 28. Ces déterminations que nous venons de trouver, diffèrent trop des autres tables, pour les donner pour parfaites, et il semble que M. Leadbetter ait grand tort, tant en louant si fort son instrument, qu'en rapportant ses observations. Il faudra donc appliquer quelques corrections à ces déterminations. Pour cet effet, je me servirai des places du soleil que Flamsteed a tirées, non pas des hauteurs méridiennes, mais des ascensions droites, cette méthode me paraissant plus sûre, parce qu'elle n'est pas troublée par les réfractions, et principalement parce qu'on peut trouver les lieux du soleil, pendant qu'il n'est pas fort éloigné des solstices, ce qui ne peut pas se pratiquer par les déclinaisons. Ces observations, faites vers les solstices, nous montreront le plus exactement la longitude moyenne du soleil et le lieu de l'apogée, parce que, dans ces saisons, l'équation du centre est fort petite. Ayant ainsi établi plus sûrement le mouvement moyen et le lieu de l'apogée, les observations faites vers les équinoxes serviront à déterminer la plus grande équation. Ces observations tirées des ascensions droites sont les suivantes

			Lieu du soleil			
A. 1689	Décembre	17	9^s	6^0	$34'$	$4''$
1690	Mars	7	11	27	21	48
	Mars	14	0	4	17	18
	Juin	16	3	5	5	7
	Septembre	15	6	2	45	37
1691	Mars	10	0	0	5	37

§ 29. Pour satisfaire à ces observations autant qu'il est possible, j'ai trouvé qu'il faut établir pour le midi du dernier Décembre 1700 vieux style à Londres

la longitude moyenne du soleil	9^s	20^0	$43'$	$45''$
le lieu de l'apogée	3	7	43	39
l'anomalie moyenne	6	13	0	6
et la plus grande équation . .		1	56	10.

Ces déterminations comparées avec celles des autres tables tiennent tellement le milieu, qu'on ne saurait presque pas douter de leur justesse. Ensuite, par des raisons ci-dessus alléguées, je supposerai la précession des équinoxes pendant 100 ans de $1^0\,23'\,20''$ ou de $50''$ par an, et l'apogée demeurera fixe par rapport aux étoiles fixes, ou s'éloignera de l'équinoxe du printemps de $50''$ par an. Pour le mouvement moyen du soleil pendant 100 ans, je compterai $45'\,30''$, d'où suit la quantité d'une année tropique de $365^j\,5^h\,48'\,55''\,10'''$. De ces hypothèses, j'ai tiré les tables solaires ci-jointes que j'ai en même temps réduites au méridien de Berlin, gardant pourtant le vieux style.

§ 30. Quoiqu'il soit si difficile de faire et de trouver des observations assez exactes pour y asseoir les tables, je crois pourtant que ces tables que j'ai l'honneur de présenter ici seront le moins sujettes à de nouvelles corrections. Elle tiennent le milieu entre les autres tables dont j'ai fait l'énumération, et il est certain que, dans les miennes il se trouve aussi bien des erreurs, tant en excès qu'en défaut. Mais surtout la correction que je tire du lieu de la lune, prouve suffisamment, que sans elle il serait impossible de parvenir à une parfaite harmonie sur cet article, quand même les observations seraient exactes à des secondes près. Car, en négligeant l'effet de la lune, l'intervalle entre deux observations faites dans les mêmes points de l'orbite, nous peut paraître une fois de 30″ trop grand, une autre fois de 30″ trop petit, selon la position de la lune aux mom[ents] des observations. Cette différence, qui peut monter à une minute entière, doit produire une di[ver]sité très considérable tant dans la place de l'apogée, que dans l'excentricité; et il semble que c['est] la véritable raison, par laquelle certains astronomes ont trouvé l'équation du centre du soleil [trop] grande, et d'autres trop petite. La place de l'apogée doit être par cette raison encore moins sû[re]; car une erreur d'une minute dans les observations, en produit bien une d'un demi degré dans [le] lieu de l'apogée, comme nous avons vu en faisant le calcul sur les observations de Leadbe[tter]. Par là on voit donc plus clairement encore, qu'on ne peut avoir aucune raison de donner à l'apogée un mouvement différent de celui des étoiles fixes, comme j'ai avancé là haut.

§ 31. Pour faire voir l'usage de ces tables, calculons le lieu du soleil vu du centre de la terre pour le midi vrai du 17 Décembre A. 1689 à Londres. Premièrement, il faut réduire ce temps apparent au temps moyen en y ajoutant 2′ 9″ qui est l'équation du temps; ensuite, comme [les] tables sont faites pour le méridien de Berlin, il faut ajouter la différence des méridiens qui est de 54′, de sorte que le temps proposé sera: A. 1689 Décembre $17^j + 56' 9''$. Le calcul se fera donc ainsi qu'il suit:

	Long. moy. du ⊙				Anomalie moy.				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 1681	9^s	20^0	$32'$	$26''$	6^s	13^0	$5'$	$26''$	8^s	10^0	$43'$	$44''$
8	0	0	3	39	11	29	56	59	11	11	22	0
Décembre	10	29	12	22	10	29	11	36	3	21	43	35
17^j	0	16	45	22	0	16	45	20	6	27	14	34
$56' 9''$			2	18			2	18			28	26
	9	6	36	7	5	29	1	39	6	11	32	19
ôtez			2	1								
lieu du ⊙	9	6	34	6	$l.$ dist. ⊙ = 4,992600							
correction				— 2	ôtez 30							
vrai lieu du ⊙	9	6	34	4	$l.$ dist. ⊙ = 4,992570							

d'où l'on voit que cette place du soleil s'accorde parfaitement avec l'observation de Flamsteed rapportée au § 28.

§ 32. Soit proposé le midi du 7 Mars 1690 à Londres. L'équation du temps était 8′ 28″ à ajouter, qui avec la différence des méridiens donne A. 1690 Mars $7^j 1^h 2' 28''$.

	Longit. moyenne				Anom. moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 1681	9^s	20^0	$32'$	$26''$	6^s	13^0	$5'$	$26''$	8^s	10^0	$43'$	$44''$
9	11	29	49	19	11	29	41	49	3	20	59	23
Mars	1	28	9	11	1	28	9	3	11	29	15	15
7^j	0	6	53	59	0	6	53	58	2	25	20	7
$1^h 2' 28''$			2	34			2	34			31	43
	11	25	27	29	8	17	52	50	2	26	50	12
ajoutez		1	54	3								
Lieu du ⊙	11	27	21	32	$l.$ dist. = 4,998577							
Correction				+ 15	ajoutez 2							
Vrai lieu du ⊙	11	27	21	47	$l.$ dist. ⊙ = 4,998579							

ici l'on trouve aussi un parfait accord à une seconde près.

§ 33. Soit proposé le midi du 14 Mars 1690 à Londres, époque pour laquelle l'équation du temps se trouve 6' 19" à ajouter, et partant le temps moyen à Berlin sera A. 1690 Mars 14^j 60' 19", donc en prenant de l'exemple précédent le mouvement moyen jusqu'au mois de Mars, nous aurons

A. 1690	Longit. moyenne				Anom. moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
Mars	11^s	18°	30'	56"	8^s	10°	56'	18"	0^s	0°	58'	22"
14^j	0	13	47	57	0	13	47	55	5	20	40	14
60' 19"			2	28			2	28			30	37
	0	2	21	21	9	24	46	41	5	22	9	23
ajoutez		1	55	52								
lieu du ⊙	0	4	17	13	log. de la dist. = 4,999455							
correction				+ 2	retranchez 31							
Vrai lieu du ⊙	0	4	17	15	log. de la dist. = 4,999424							

Où la différence de 3" est peu considérable.

§ 34. Considérons le midi vrai du 16 Juin 1690 à Londres, où l'équation du temps est 2' 12" à ajouter, de sorte que le temps réduit à nos tables sera A. 1690 Juin 16^j 56' 12"

	Longit. moyenne				Anom. moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 1690	9^s	20°	21'	45"	6^s	12°	47'	15"	0^s	1°	43'	7"
Juin	4	28	49	57	4	28	49	37	1	10	48	10
16^j		15	46	13		15	46	11	6	15	3	7
56' 12"			2	18			2	18			28	27
	3	5	0	13	11	27	25	21	7	28	2	51
ajoutez			5	7								
lieu du ⊙	3	5	5	20	*l.* de la dist. = 5,007269							
correction				— 12	retranchez 17							
Vrai lieu du ⊙	3	5	5	8	*l.* de la dist. = 5,007252							

Où la différence n'est que d'une seconde.

§ 35. Cherchons aussi le lieu du soleil pour le 15 Septembre A. 1690 midi vrai à Londres. L'équation du temps étant 8' 30" à ôter, ce temps sera à Berlin A. 1690 Septembre 15^j 45' 30"

	Longit. moyenne				Anom. moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 1690	9^s	20°	21'	45"	6^s	12°	47'	15"	0^s	1°	43'	7"
Septembre	7	29	30	43	7	29	30	10	2	22	21	7
15^j	0	14	47	5	0	14	47	3	6	2	51	40
45' 30"			1	52			1	52			23	6
	6	4	41	25	2	27	6	20	8	27	19	0
ôtez		1	55	52								
lieu du ⊙	6	2	45	33	log. dist. = 5,000485							
correction				— 15	— 2							
Vrai lieu du ⊙	6	2	45	18	log. dist. = 5,000383							

Il se trouve une différence de 19" qui demanderait bien encore une correction des tables, si nous pouvions compter sur la sûreté de l'observation; mais ces 19 secondes ne comportant dans l'ascension droite que 17″, et dans le temps seulement une seconde. Si nous supposions la plus équation de 1° 56′ 0″, le calcul s'approcherait de l'observation de 10″, de sorte que la différen[illegible] réduirait à 9″, et alors, dans l'exemple du § 32, la différence serait de 10″, et dans celui du de 13″. Dans les autres exemples l'accord demeurerait le même.

§ 36. Examinons aussi la dernière observation de Flamsteed faite en 1691 le 10 Ma[illegible] L'équation du temps était 7′ 40″ à ajouter, d'où nous obtenons le temps proposé

A. 1691 Mars $10^j\ 1^h\ 1'\ 40''$

	Longit. moyenne				Anom. moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 1681	9^s	20^0	$32'$	$26''$	6^s	13^0	$5'$	$26''$	8^s	10^0	$43'$	$44''$
10	11	29	34	59	11	29	26	39	8	0	36	47
Mars	1	28	9	11	1	28	9	3	11	29	15	15
10^j	0	9	51	23	0	9	51	22	4	1	54	27
$1^h\ 1'\ 40''$			2	32			2	32			31	0
	11	28	10	31	8	20	35	2	8	13	1	13
ajoutez		1	54	59								
lieu du ⊙	0	0	5	30	log. dist. = 4,998920							
correction				— 15	— 9							
Vrai lieu	0	0	5	15	log. dist. = 4,998911							

Ici la différence monte à 22″ et elle deviendrait encore plus grande, si nous diminuions la plu[illegible] grande équation de 10″; et par conséquent, la raison cesse qui aurait pu nous engager à diminu[illegible] l'équation du centre du soleil.

§ 37. Parce qu'il y a quelques observations qui s'accordent parfaitement avec le calcul, e[illegible] d'autres qui s'en écartent d'environ 20″, il sera à propos de faire une telle compensation, afin que l'aberration ne surpasse, dans aucun des cas examinés, 10 ou 12 secondes; car il n'est pas à pré[illegible] sumer que toutes les fautes soient ramassées dant une ou deux observations, tandis que les autres seraient entièrement exactes. Supposons donc qu'il y eût aussi dans les premières observations quelques fautes, et pour accommoder les tables autant que possible aux observations, je trouve que cela peut se faire le plus convenablement, en ajoutant 10″ à la longitude moyenne et 6″ [illegible] anomalies moyennes pour les époques marquées, et qu'il ne faut rien changer dans la table des équations, de sorte que la plus grande équation demeure 1° 56′ 10″. En faisant ces corrections, on trouvera pour les temps des observations de Flamsteed les lieux du soleil suivants:

			Lieux observés				Lieux calculés				Diff.
A. 1689	Décembre	17	9^s	6^0	$34'$	$4''$	9^s	6^0	$34'$	$2''$	+ 2″
1690	Mars	7	11	27	21	48	11	27	21	58	— 10
	Mars	14	0	4	17	18	0	4	17	26	— 8
	Juin	16	3	5	5	7	3	5	5	6	+ 1
	Septembre	15	6	2	45	37	6	2	45	27	+ 10
1691	Mars	10	0	0	5	37	0	0	5	27	+ 10

§ 38. Si Flamsteed, en faisant ces observations, ne s'était pas trompé d'une seconde entière en temps dans les ascensions droites, on pourrait assurer que ces corrections doivent être parfai[illegible] ment l'accord avec la vérité. C'est donc sur ces corrections que j'ai dressé les tables solaires ci-jointes, et j'espère qu'elles satisferont aux observations plus exactement, qu'aucunes autres, pourvu qu'on ne néglige pas la correction tirée du lieu de la lune. Au reste, ces tables sont construites sur le méridien de Berlin selon le vieux style, au temps courant astronomique, comme les tables de Streed ou de Flamsteed. J'ai aussi calculé de nouveau la table des équations de 5 à 5 degrés, ayant remarqué que celles, dont on se sert communément, sont fausses en quelques endroits de 2 ou 3 secondes. Les époques avant J.-C. ont été rangées, comme on le fait pour les logarithmes négatifs, en mettant 10001 pour la première année de J.-C. afin qu'on puisse soustraire autant d'années qu'on voudra. Par exemple, si l'on voulait calculer un lieu du soleil pour l'an 158 avant J.-C., on n'a qu'à ôter ce nombre de 10001, et chercher le reste 9843 dans les tables, en prenant l'époque 9801 et en y ajoutant 42 ans. Faisons le calcul pour cette même année, le 26 Septembre 22^h 30', temps auquel Hipparque a supposé que l'équinoxe était arrivé:

	Longit. moyenne				Anomalie moyenne				Dist. de la ☽ au ⊙			
A. 9801	9^s	6^0	17'	12''	6^s	25^0	2'	52''	10^s	9^0	32'	10''
40			18	12	11	29	44	52	8	26	50	2
2	11	29	31	20	11	29	29	40	8	19	14	47
Septembre	7	29	30	43	7	29	30	10	2	22	21	7
26^j	0	25	37	37	0	25	37	34	10	16	57	33
22^h			54	13			54	13		11	10	29
30'			1	14			1	14			15	14
	6	2	10	31	3	20	20	35	5	16	21	22
retranchez		1	49	42								
	6	0	20	49								
ajoutez				3								
Vrai lieu du ⊙	6	0	20	52								

Ainsi l'équinoxe est arrivé 9 heures plus tôt qu'Hipparque n'a cru, ce qui est très probable à cause des réfractions et de l'élévation du pôle dont les unes n'étaient absolument pas connues, et l'autre ne l'était pas assez précisément.

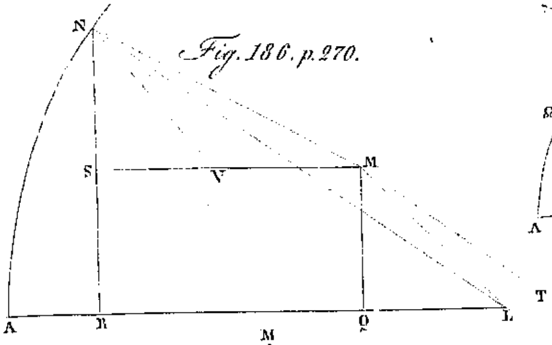

Fig. 186. p. 270.

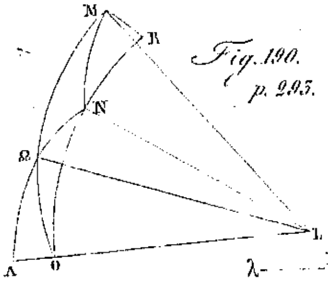

Fig. 190. p. 293.

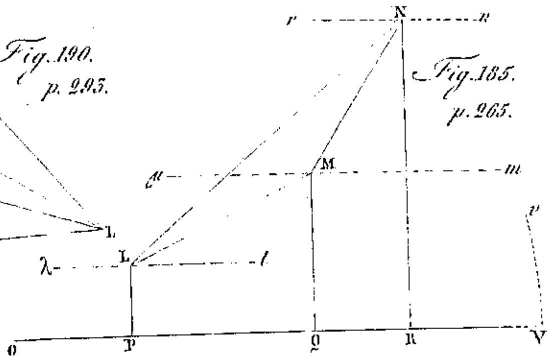

Fig. 185. p. 265.

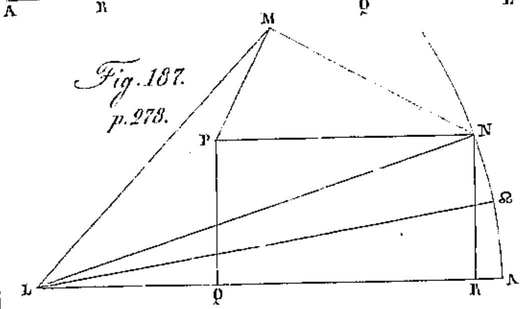

Fig. 187. p. 278.

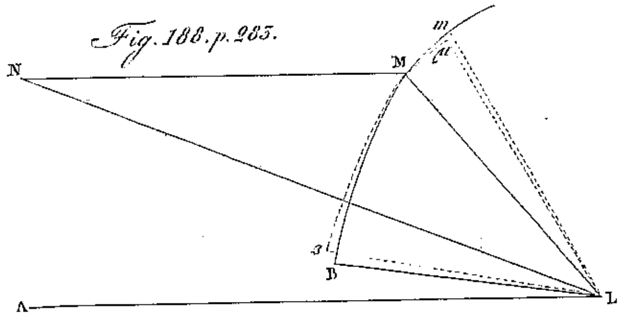

Fig. 188. p. 283.

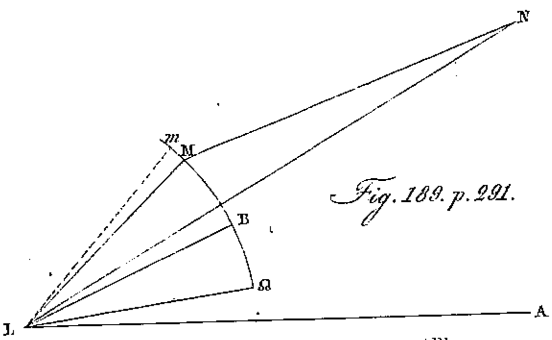

Fig. 189. p. 291.

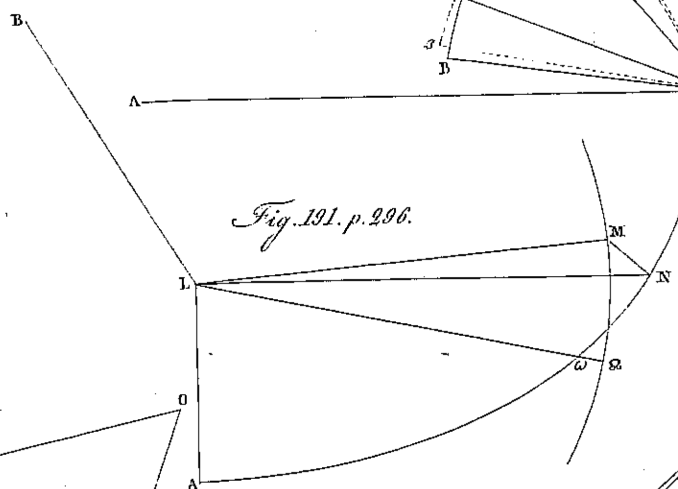

Fig. 191. p. 296.

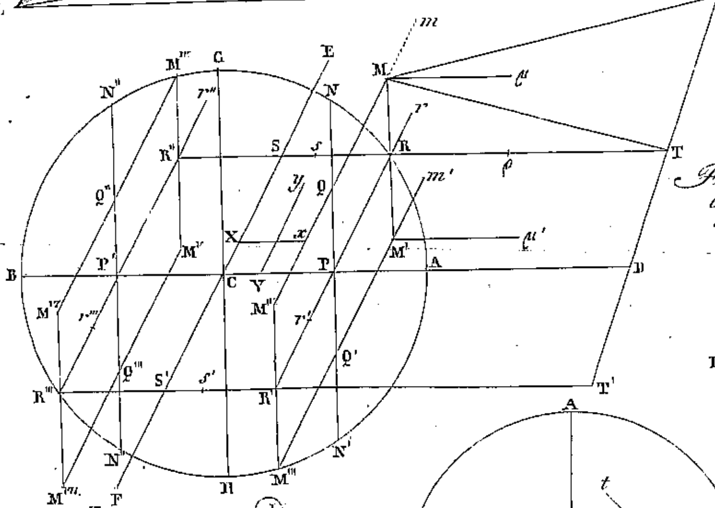

Fig. 192. p. 317.

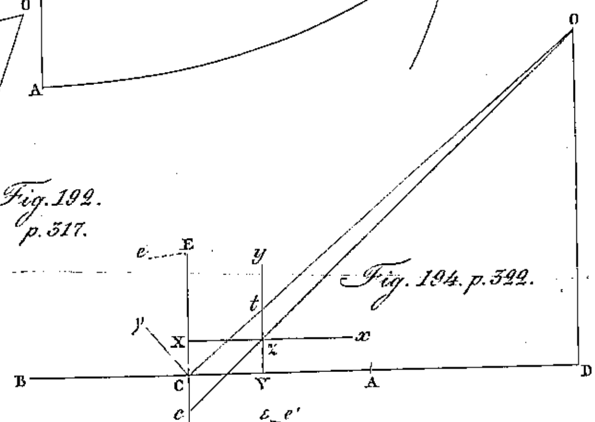

Fig. 194. p. 322.

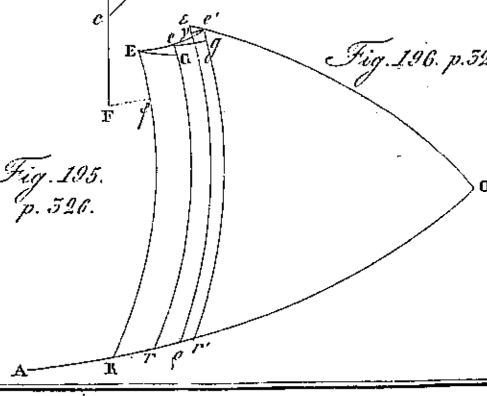

Fig. 196. p. 327.

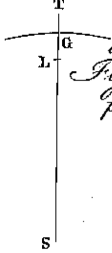

Fig. 198. p. 340.

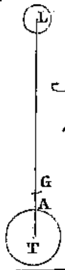

Fig. 197. p. 340.

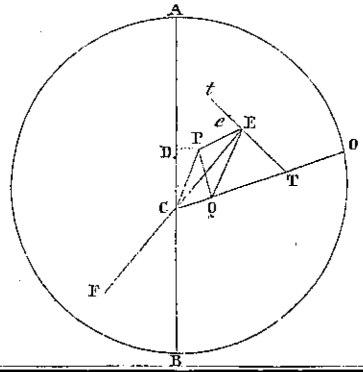

Fig. 195. p. 326.

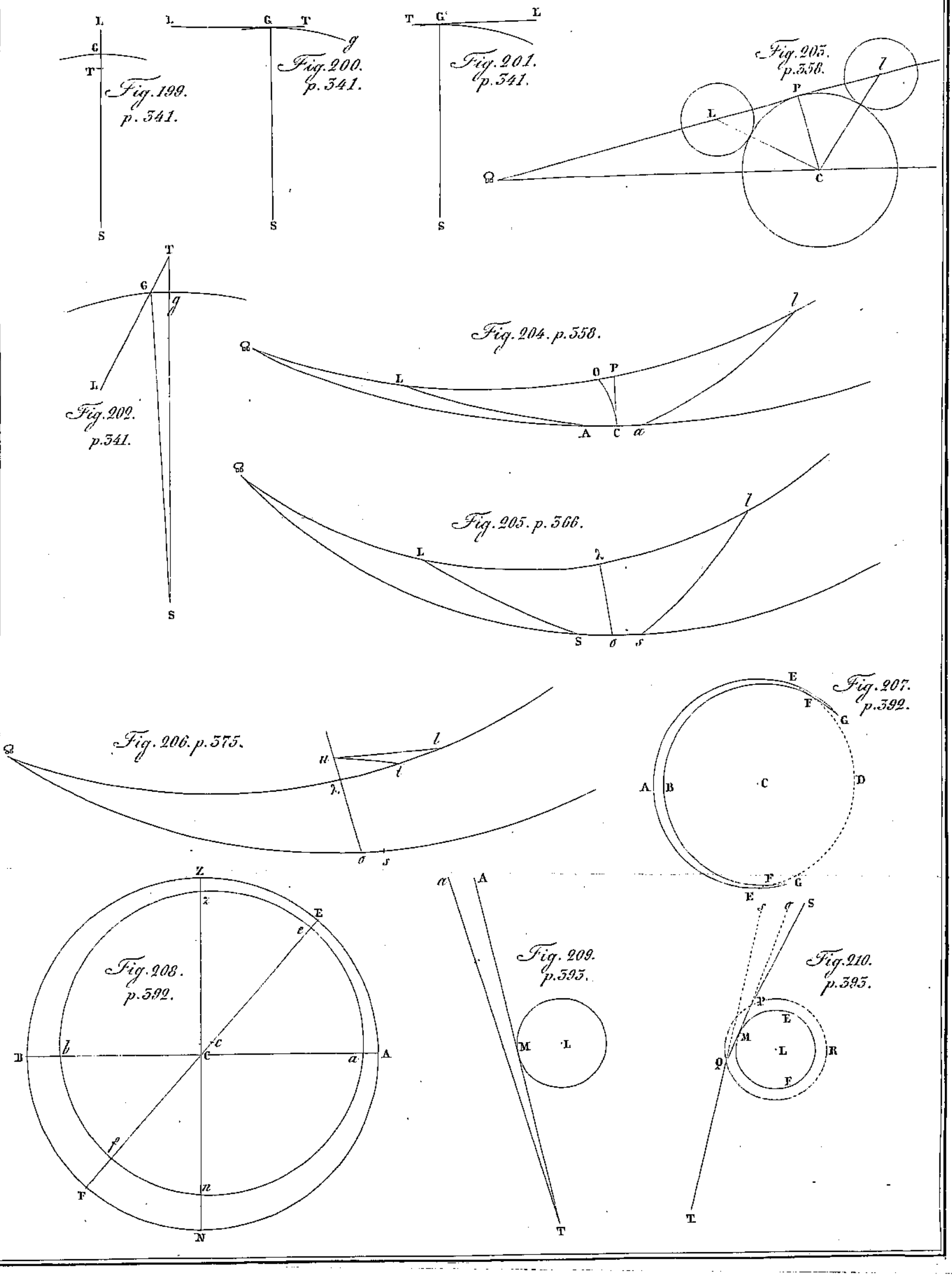
Fig. 199. p. 341.
Fig. 200. p. 341.
Fig. 201. p. 341.
Fig. 203. p. 358.
Fig. 202. p. 341.
Fig. 204. p. 358.
Fig. 205. p. 366.
Fig. 206. p. 375.
Fig. 207. p. 392.
Fig. 208. p. 392.
Fig. 209. p. 393.
Fig. 210. p. 393.